

求

表

捷

術

方圓率不相通通之以極細分通弦杜氏規爲簡術
方立董氏申其意吾師梅侶項先生滙其全秋紐李
君又舊弧矢啟祕而術乃大備杜術先以本數比例
後以用數入之李術先定率數乘除後以本數入之
究其指歸實出一理所惜者杜氏有弦矢術無切割
術李氏有其術而分母分子之源未經解釋欲依杜
氏例釋之罕有得其通者顧弦矢與切割本可互爲
比例弦矢二綫之實數本弦矢率率數而生是弦矢
率可當弦矢綫也綫可比例率豈不可比例惟用率
內諸率各自爲率必須累次乘除且必合切割率分
母同於弦矢率分母乃驗所得分子爲切割率分子

每得一分子卽爲一次乘法乘法可變而除法不可變於是以比例所得之率數乘除法乘除弧背其求得之數必仍爲比例所得之切割矣父執戴鄂士先生本此意以立術可謂渺慮凝思無幽不燭尤妙者爲餘弧求切割二術蓋弦矢纒聯于圓中任極大不能至弧背三之二切割線出于圓外若將近九十度切割之大殆有無量數求至數十數後諸數之差甚微萬不能降至單位以此二術濟其窮則三率餘弧之小可至纖微除二率半徑得一率爲第一數亦可大至無量數而難者反易矣析理之精固如是乎昔吾師嘗以弧分不通切割爲憾若見此術解必且

狂喜鼓舞不能已已惜哲人云萎先生之孤詣苦心
不及欣賞展讀是編不禁師門之痛也丙辰初冬愚
姪夏鸞翔拜題

新法推步必資八線求八線必資六宗三要二簡法
而布算綦繁且無徑求之術自泰西杜氏德美以連
比例九術入中國而割圓之法始簡顧其術但能求
弦矢而不能求切割二線鈞卿徐氏有切線弧背互
求二術而于割線尙未全也間嘗與梅侶項先生議
及欲補全之深思累年始悟連比例率既可互相乘
除自可互相比例則借求弦矢諸術變通之而求切
割二線諸術靡不在是矣因推衍數術以呈先生而
先生以未有術解爲嫌于是更爲術解以取徑迂回
深慮言難達意又復累年始竟錄未及半而先生遽
歸道山無可印證用是嗒焉神喪輒棄置不復道至

去歲獲交海昌壬叔李君以所著對數探源弧矢啟
祕見示其對數探源與予對數簡法後一術殊途同
歸而弧矢啟祕則用尖堆立算別開生面兼有割線
諸術特未及餘弧耳緣出予未竟殘藁請正而壬叔
頗賞予餘弧與切割二線互求之術再四促成今歲
又寄札詢及遂謝絕繁冗局戶鈔錄閱月乃竟嗟乎
及朋之助曷可少哉記曩演四元玉鑑細草十餘載
或作或輟迄未成書得吉勇王君屢次迫促始克告
竣茲非壬叔之勸成則以予之懶散必至廢擱以終
其身雖立術猥瑣不足道而一時精神所寄亦可惜
也特他日止能質之壬叔而無復能質之梅侶先生

不無遺憾耳咸豐壬子中秋錢唐戴煦鄂士識于友
某書屋

外切密率

例言

一茲編推算杜氏九術而補其未備以弦矢二綫容于圓內切割二綫出于圓外故名曰外切密率至杜氏術解則已闡發于明靜庵氏董方立氏不復重贅

一算理最爲深晦解釋頗難曉暢 國初定九梅氏著述各種每拈一義挾一旨靡不委曲詳盡務令閱者豁然極可奉爲準則竊嘗慕效之故縷晰條分演說重複亦欲窮其義蘊而後已不以辭費爲嫌也

一割圓用連比例率本屬無窮無盡茲但截演數率以明遞推之例蓋推得數率而知此數率中之正負若何以及分母之遞加若何分子之乘除若何皆有一定之例而不可紊既得一定之例則舉而推之千百率而此千百率之正負母子莫不可見矣故術中或推至十率或十一率非謂連比例盡于此也特截演以起例耳

一凡連比例各率相乘其率數可變通假如相連比例自一率至五率其二率自乘一率除之得三率故二率乘二率亦可云一率乘三率或云三率乘一率其二三率相乘一率除之得四率故二

率乘三率亦可云一率乘四率其三率自乘一率
除之得五率或二率除之得四率故三率乘三率
亦可云一率兼五率或云二率乘四率茲于各率
相乘之後視除法之首位起幾率卽命爲幾率所
乘如除法首位起一率則本二率乘二率者命爲
一率乘三率本二率乘四率者命爲一率乘五率
餘可類推所以便除也

一割圓用連比例率均屬零分其分母漸加漸多
似可并爲一母而實不可并如云二分又三分之
一并之可云六分之一以二三相乘得六也如云
二分又三分又四分又五分之一并之亦可云一

夕七卷八
二
百二十分之一以二三四五疊乘得一百二十也
然并之則挨次遞求之例反隱而不顯矣故不得
云六分之一而必曰二三分之一不得云一百二
十分之一而必曰二三四五分之一

一割圓各率之分母分子大者似可約之而小而
實不可約如云二分又三分之二約之可云三分
之一然遞求之分母必挨次遞加方可推至多率
此率可約彼率不可約則分母紊亂而無能自數
率而推至千百率矣故不得云三分之一而必曰
二三分之二

一凡求分子之乘除似有可省者而實不可省如

云一乘或云兩次一乘或既用三除復用三乘用
四乘復用四除似均可省矣然遞求非此不明若
悉從省則挨次之例反晦矣故人算時可省而立
術時不可省

一凡各率既屬零分則分母分子最易雜糅茲于
分母用一二三四五等字於分子用天元算式庶
母子釐然而不混矣天元算式者其自一至九則
作一曰川川川丁丁可冊凡自百而萬而百萬皆
同此式其自一十至九十則作一〇二〇三〇三〇三〇
三〇三〇凡自千而十萬而千萬並同此式若係負算
于式之末位加一

一凡言算者或但明其術而不及于數故有其術而不適於用者有之茲每立一術必拊算式于後非敢謂必適于用也特欲藉以驗其數之合與否而已

一凡拊算式必取其極繁重者如弧背求切線其三十度以內用本弧求切線術則求三十度之切線爲最繁重其三十度以外用餘弧求切線術亦求三十度之切線爲最繁重故算式俱係求三十度切線其弧背求割線以及切割二線求弧背諸術並同此例

一借線求弧凡諸線皆可借茲于切線惟借距弧

切線于割線惟借半弧切線三率及倍弧割線者
以此數線均可比例而得若借他線或須開方布
算較煩故置不用且借此數線已足敷求弧之用
矣

外切密率凡例

四

外切密率目錄

卷之一

本弧求切線術解

餘弧求切線術解

弧背求切線算式

卷之二

本弧求割線術解

餘弧求割線術解

弧背求割線算式

卷之三

切線求本弧術解

切線求餘弧術解
切線求距弧術解
切線求弧背算式

卷之四

割線求本弧術解
割線求餘弧術解
割線求半弧術解
割線求倍弧術解
割線求弧背算式

外切密率卷之一

本弧求切線

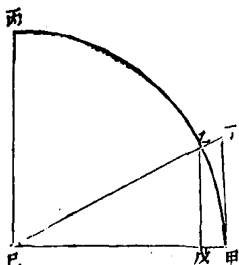
術曰先求各率分子爲遞次乘法 以二爲數根卽
爲第一乘法 置前數根加二得四爲數根置前乘
法四五遞乘之一二遞除之得二十爲初減數數根
減初減得十六爲第二乘法 置前數根加二得六
爲數根置前初減六七遞乘之三四遞除之得七十
爲初減數置前乘法六七遞乘之一二遞除之得三
百三十六爲次減數數根減初減得六十四再減次
減得二百七十二爲第三乘法 置前數根加二得
八爲數根置前初減八九遞乘之五六遞除之得一

百六十八爲初減數置前次減八九遞乘之三
四遞除之得二千〇十六爲次減數置前乘法八九遞乘
之一二遞除之得九千七百九十二爲三減數數根
減初減得一百六十再減次減得一千八百五十六
再減三減得七千九百三十六爲第四乘法凡數
根均起各耦數其求各減數則用耦奇二數乘而逐
次乘法遞加如第二乘法用四五乘第三乘法六七乘再用奇耦二數除
而挨次減數遞降如第三乘法初減用一二除乘法降一位
則多一減如是遞求得各率分子卽爲遞次乘法
乃以本弧弧分爲第一數次以半徑爲連比例一
率弧分爲二率二率自乘一率除之得三率置第一

數以三率乘之一率除之得四率二三遞除之爲六
率用數以第一乘法乘之爲第二數 次置六率用
數以三率乘之一率除之得六率四五遞除之爲八
率用數以第二乘法乘之爲第三數 次置八率用
數以三率乘之一率除之得八率六七遞除之爲十
率用數以第三乘法乘之爲第四數 次置十率用
數以三率乘之一率除之得十率八九遞除之爲十
二率用數以第四乘法乘之爲第五數 如是遞求
至單位下以諸數相并得切線

解曰凡以餘弦爲小股正弦爲小句半徑爲大股
則正切線爲其大句故以一率半徑乘弧背求正

弦各率分數以弧背求餘弦各率分數除之即得
弧背求切線各率分數



如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限
乙丙爲餘弧丁甲爲所求本弧
切線乙戊爲正弦己戊爲餘弦
己甲類爲半徑以己戊小股比
乙戊小句若己甲大股與丁甲

大句

一率 小股

弧背求餘弦各率分數

二率 小句

弧背求正弦各率分數

三率 大股

一率半徑

四率 大句 本弧求切線各率分數

依泰西杜氏演得弧背求正弦各率分數爲二率

一少四率一分又二分又三分之一一分又二分

卽六分之一蓋一二三疊乘卽六也茲求切線率

分其分母不可合併故不曰六分之一而曰一分

又二分又三分之一多六率一分又二分又三分又四分又

五分之一卽一百二十分之一以一二三四五疊乘卽一百二十也少八率一

分又二分又三分又四分又五分又六分又七分

之一卽五千。四多十率一分又二分又三分又

四分又五分又六分又七分又八分又九分之一

卽三十六萬二千八百八十分之一原求演得弧

各線率分數本無盡茲截五位以見例背求正矢各率分數爲三率一二分之一卽一分

如圖先置弧背求正弦各率分數以一率半徑乘

	一乘二	一乘四	一乘六	一乘八
	一二三	一二三四五	一二三四五六七	一二三四五六七
一層初商	上	上	上	上
二層初商乘法式	上	上	上	上
三層初商同母式	三乘	五乘	七乘	正
四層次商	卅	卅	丁	丁
	一二三	一二三	一二三四	一二三
五層次商乘法式	卅	卅	卅	卅
	一二三	三四五乘	五六七乘	五六七乘
六層次商同母式	七層二商	七層二商	七層二商	七層二商
	一二三四五	一二三四五	一二三四五	一二三四五
八層三商乘法式	丁	丁	丁	丁
	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七
九層三商同母式	十層四商	十層四商	十層四商	十層四商
	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七
十一層四商乘法式	卅	卅	卅	卅
	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七
十二層四商同母式	卅	卅	卅	卅
	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七
十三層五商	卅	卅	卅	卅
	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七	一二三四五六七
十四層五商乘法式	卅	卅	卅	卅

卜刀平五步之二

粵雅堂叢書

之所得如首層爲一率乘二率一少一率乘四率
一二三分之一多一率乘六率自一至五分之一
少一率乘八率自一至七分之一多一率乘十率
自一至九分之一爲乘得數便爲初商實乃以餘
弦各率分數除之置初商實首位一率乘二率一
以除法首位一率一約之得二率一卽爲初商乃
以二率一乘法所得如二層一率乘二率一少
一率乘四率一二分之一本屬二率乘三率而二
三率相乘卽一四率相
乘多一率乘六率一二三四分之一本屬二率乘
五率卽一率
乘六率以少一率乘八率自一至六分之一多一
下同此例率乘十率自一至八分之一爲初商乘法式應減

一乘十率	二	三	四	五	六	七	八	九
二乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
三乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
四乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
五乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
六乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
七乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
八乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八
九乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八

一乘八率	二	三	四	五	六	七
二乘八率	一	二	三	四	五	六
三乘八率	一	二	三	四	五	六
四乘八率	一	二	三	四	五	六
五乘八率	一	二	三	四	五	六
六乘八率	一	二	三	四	五	六
七乘八率	一	二	三	四	五	六

一乘六率	二	三	四	五
二乘六率	一	二	三	四
三乘六率	一	二	三	四
四乘六率	一	二	三	四
五乘六率	一	二	三	四

一乘四率	二	三
二乘四率	一	二
三乘四率	一	二

一乘二率	二
二乘二率	一

首層
次層
三層
四層

初商實其首位一率乘二率一相減
 却盡其一率乘四率則原實分母係
 一二三而初商乘法式分母係一二
 應加三乘以同其母其一率乘六率
 原實分母係一二三四五乘法式分
 母係一二三四應加五乘其一率乘
 八率原實分母與乘法式相較應加
 七乘其一率乘十率相較應加九乘
 通計乘得如第三層少一率乘四率
 一二三分之三多一率乘六率自一
 至五分之五少一率乘八率自一至

七分之七多一率乘十率自一至九分之九爲初
商同母式旣與初商實同母乃可相減矣其減餘
數如第四層爲一率乘四率一二三分之二少一
率乘六率自一至五分之四多一率乘八率自一
至七分之六少一率乘十率自一至九分之八爲
次商實

分母同初商實故
不重列但列分子

置次商實首位一率乘四率一二三分之二以除
法首位一率一約之得四率一二三分之二卽爲
次商以乘法所得如第五層一率乘四率一二
三分之二少一率乘六率一二分又一二三分之

一二分乃除法三率分母一二三分
乃次商分母不可合併故別言之

多一率乘

一乘 率 二	一乘 率 三	一乘 率 四	一乘 率 五	一乘 率 六	一乘 率 七	一乘 率 八	一乘 率 九	一乘 率 十
二	三	四	五	六	七	八	九	十
三	四	五	六	七	八	九	十	十一
四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三
六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四
七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六
九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七
十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八

率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式

八率一二三四分又一二三分之
 二少一率乘十率自一至六分又
 一二三分之二爲次商乘法式尙
 四率乘九率一位以卽一率乘十
 二率而原實至十率而止故截去
 此後做應減次商實其首位一率乘
 四率一二三分之二相減却盡其
 一率乘六率則原實分母係一二
 三四五乘法式分母係一二分又
 一二三分應以一二三除之三四
 五乘之以同其母方可相減其一

係一二三四分又一二三分應一二三除之五六
七乘之其一率乘十率原實分母係一二三四五
六七八九乘法式係一二三四五六分又一二三
分應以一二三除之七八九乘之通計乘除得如
第六層少一率乘六率自一至五分之二十多一
率乘八率自一至七分之七十少一率乘十率自
一至九分之一百六十八爲次商同母式以減次
商實其減餘數如第七層一率乘六率自一至五
分之十六少一率乘八率自一至七分之六十四
多一率乘十率自一至九分之一百六十爲三商
實

乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
率	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘八率	一	二	三	四	五	六	七
率	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七
	一	二	三	四	五	六	七

乘六率	一	二	三	四	五
率	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五
	一	二	三	四	五

置三商實首位一率乘六率自一至五分之十六以除法首位一率一約之得六率自一至五分之十六即爲三商以乘除法得第八層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率一二分又自一至五分之十六多一率乘十率一二三四分又自一至五分之十六爲三商乘法式應減三商實其首位一率乘六率自一至五分之十六減盡其一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式分母

係一二分又一二三四五分應以一二三四五除
之三四五六七乘之以同其母其一率乘十率原
實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二
三四分又一二三四五分應以一二三四五除之
五六七八九乘之通計乘除得如第九層少一率
乘八率自一至七分之三百三十六多一率乘十
率自一至九分之二千〇十六以減三商實其減
餘數如第十層爲一率乘八率自一至七分之二
百七十二少一率乘十率自一至九分之一千八
百五十六爲四商

置四商實首位一率乘八率自一至七分之二百

乘十率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘九率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘八率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘七率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘六率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘五率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘四率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘三率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘二率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
乘一率	一	二	三	四	五	六	七	八	九

乘八率	一	二	三	四	五	六	七
乘七率	一	二	三	四	五	六	七
乘六率	一	二	三	四	五	六	七
乘五率	一	二	三	四	五	六	七
乘四率	一	二	三	四	五	六	七
乘三率	一	二	三	四	五	六	七
乘二率	一	二	三	四	五	六	七
乘一率	一	二	三	四	五	六	七

一率乘八率自一至七分之二百七十二減盡其
 一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九
 乘法式分母係一二分又一二三四五七分分應
 以一二三四五六七除之三四五六七八九乘之

七十二以除法首位一率一約之
 得八率自一至七分之二百七十
 二卽爲四商以乘除法得第十一
 層一率乘八率自一至七分之二
 百七十二少一率乘十率一二分
 又自一至七分之二百七十二爲
 四商乘法式應減四商實其首位

以同其母計乘除得如第十二層少一率乘十率
自一至九分之九千七百九十二以減四商實其
減餘數如第十三層爲一率乘十率自一至九分
之七千九百三十六爲五商實

置五商實一率乘十率自一至九分之七千九百
三十六以除法首位一率一約之得十率自一至

十	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
三	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
四	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
五	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
六	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
七	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
八	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九
九	率	一	二	三	四	五	六	七	八	九

九分之七千九百三十六卽爲五商以
乘法得第十四層一率乘十率自一
至九分之七千九百三十六爲五商乘
法式以減五商實却盡通計求得本弧
求切線各率分數爲二率一又四率一二三分之

二率	四率	六率	八率	十率	十二率	十四率	十六率	十八率	二十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
初商	次商	三商	四商	五商	六商	七商	八商	九商	十商

二又六率自一至五分之十六又八率自一至七分之二百七十二又十率自一至九分之七千九百三十六也

細審切線率分其分母與正弦率分同是其遞求各率之除法亦必與求正弦同而起二除三除繼以四除五除而遞加矣惟其各率分子則由逐次遞減而成當分別其遞減之所由來而後求分子之法可見乃由前圖去繁就簡爲第二圖其初商實分子均爲單一其初商同母式分子爲三五七九各奇數是逐率數根之所起均以各奇數減一矣而一

初商異分子 初商同母式分子 數根 減餘數	一 二 三除 四乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘
初減數 次商同母式分子 減餘數	一 二 三除 四乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘
次減數 三商同母式分子 減餘數	一 二 三除 四乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘
三減數 四商同母式分子 減餘數	一 二 三除 四乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘	一 二 三除 四乘 五乘 六乘 七乘 八乘 九乘

三相減得二卽爲第一分子
 其初減數卽次商同母式分子則皆生
 於第一分子之二六率初減
 爲一二三除三四五乘而三
 乘三除可相抵是一二除四
 五乘也八率初減亦一二三
 除而用五六七乘以較六率
 初減之乘除則除法均爲一
 二三惟乘法則多六七乘少
 三四乘是以六率初減三四
 除之六七乘之卽八率初減

矣其十率初減亦一二三除而用七八九乘以較
八率初減除法亦同惟多八九乘少五六乘是以
八率初減五六除之八九乘之卽十率初減矣而
第一減餘十六卽爲第二分子其次減數卽三商
同母式

子分則皆生於第二分子之十六八率次減用一二

三四五除三四五六七乘而三四五乘除可相抵
是一二除六七乘也十率次減亦爲一二三四五

除而用五六七八九乘以較八率次減其除法相
同惟乘法則多八九乘少三四乘是以八率次減
三四除之八九乘之卽十率次減也而第一減餘
二百七十二卽第三分子其三減數卽四商同
母式分子則

生於第三分子之二百七十二率三減用一二三四五六七除三四五六七八九乘而三四五六七乘除可相抵是一二除八九乘也而減餘即為第四分子

除乘 六九 五八 四七 三六 二五 一四 〇三 丁	除乘 四九 三八 二七 一六 〇五 丁	除乘 二九 一八 〇七 丁	除乘 四七 三七 二六 一五 〇四 丁	除乘 二五 一四 〇三 丁
---	---------------------------------------	---------------------------	---------------------------------------	---------------------------

復由前圖變為第三圖第一層為初商實分子均為單一第二層為三五七九各率分子均起奇數減→第三層為減餘即數根其首位二為四率分子即第一乘法第四層為初減數以第一乘法為實一二除四五乘為第一初減再加三四除

六七乘爲第二初減再加五六除八九乘爲第三
初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自四
五而遞加第五層爲減餘其首位六率分子卽第
二乘法第六層爲次減數以六率分子爲實一二
除六七乘爲第一次減再加三四除八九乘爲第
二次減通計其除法亦自一二而遞加其乘法則
自六七而遞加第七層爲減餘其首位八率分子
卽第三乘法第八層三減數以八率分子爲實一
二除八九乘爲第一三減計其除法亦起一二其
乘法則起八九雖圖止十率而遞加之例已可類
推也而第九層減餘卽四乘法細按初減二減三

減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自
二率至十率既然而自十率至千百率亦莫不皆
然惟各率自爲分子非如弦矢求弧背之分子可
以累次加乘而得故必先按分母逐率遞除爲各
率用數而後以各分子爲乘法乘之此本弧求切
線立法之所由來也

餘弧求切線

術曰先求各率分子爲遞次乘法 以二爲數根又
爲第一乘法 三乘前數根以四乘二除得十二爲
數根三乘前乘法四五遞乘之二三遞除之得二十
爲初減數數根減初減得八爲第二乘法 置前數
根六乘四除得十八爲數根置前初減六七遞乘之
四五遞除之得四十二爲初減數置前乘法六七遞
乘之二三遞除之五十六爲次減數數根減初減得
二十四再減次減得三十二爲第三乘法 五乘前
數根八乘六除得一百二十爲數根五乘前初減八
九遞乘之六七遞除之得三百六十爲初減數五乘

前次減八九遞乘之四五遞除之得一千〇〇八爲
次減數五乘前乘法八九遞之二三遞除之得一千
九百二十爲三減數數根減初減得二百四十再減
次減得七百六十八再減三減得一千一百五十二
爲第四乘法 置前數根十乘八除得一百五十爲
數根置前初減十與十一遞乘之八九遞除之得五
百五十爲初減數置前次減十與十一遞乘之六七
遞除之得二千六百四十爲次減數置前三減十與
十一遞乘之四五遞除之得一萬〇五百六十爲三
減數置前乘法十與十一遞乘之二三遞除之得二
萬一千一百二十爲四減數數根減初減得四百再

減次減得二千二百四十再減三減得八千三百二

十再減四減得一萬二千八百爲第五乘法 凡數

根起於相連兩耦數挨次一乘一除如第二乘法四乘二除第三乘

法六乘四除又間位加一奇數乘如第二乘法三乘前數根第四乘法五乘前數

根 其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞

加如第三乘法用六七乘第四用八九乘再用耦奇二數除而逐次

減數遞降如第二乘法減二三除四五除三減二亦間位加一奇數乘

如第二乘法三乘前乘法第四乘法五乘前初減并前次減及前乘法乘法降一位則

多一減如是遞求得各率分子卽爲遞次乘法

乃以半徑爲連比例二率本弧減象限得餘弧弧分

爲三率二率自乘三率除之得一率爲第一數正

次置三率餘弧二三遞除之爲五率用數第一乘法
乘之爲第二數負 次以三率自乘二率除之得四
率於是三除五率用數四率乘之二率除之得五率
四五遞除之爲七率用數第二乘法乘之爲第三數
負 置七率用數四率乘之二率除之得七率六七
遞除之爲九率用數第三乘法乘之爲第四數負
五除九率用數四率乘之二率除之得九率八九遞
除之爲十一率用數第四乘法乘之爲第五數負
置十一率用數四率乘之二率除之得十一率十與
十一遞除之爲十三率用數第五乘法乘之爲第六
數負 凡逐數除用耦奇二數再用各奇數間一數

除之

如三除五率用數
五除九率用數

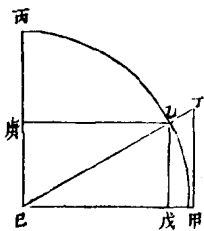
第一數爲正第二數以下均

爲負如是遞求至單位下乃置第一正數以并諸負數減之得切線

凡將近九十度其切線極大僅以弧背爲第一數挨次遞加數屬難合茲術本弧愈大則餘弧愈小餘弧愈小則所得之第一數乃愈大故求之反易可以濟本弧求切線之窮不可不備其本弧求割線後有餘弧求割線一術亦同此義

解曰凡餘弧正弦爲小股餘弧餘弦爲小句半徑爲大股則切線爲其大句故以半徑乘弧背求餘弦各率分數以弧背求正弦各率分數除之即得

餘弧求切線各率分數



如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙
 丙爲餘弧丁甲爲所求本弧切線
 庚乙與己戊同爲餘弧正弦庚己
 與乙戊同爲餘弧餘弦己甲類爲
 半徑以己戊小股庚即乙比乙戊小

句

即庚

若己甲大股與丁甲大句

一率

小股

弧背求正弦各率分數

二率

小句

弧背求餘弦各率分數

三率

大股

半徑

四率

大句

餘弧求切線各率分數

凡餘弧求切線其法實均須改率數何也餘弦首位爲一率一以一率半徑乘之則初商實首位爲一率乘一率而除法首位係二率則初商爲一率自乘二率除之之數尙在一率半徑之前一率故須改半徑爲二率弧分爲三率則初商可爲一率是正弦餘弦各率分數以及半徑均須降一率命之

其餘弦率分又須添分母何也初商實分母卽餘弦分母起第二位之二而除法正弦分母起第二位之二三故餘弦各須添一奇數分母使不至小於除法分母入算時方不必變初商實猶未也凡

求餘弧求切線率分其逐率乘除求分子而逢奇數大率不受除故自第三位以下須加分母三第

五位以下須加分母五庶分子不至奇零

七位以下可類

推通計改得半徑爲二率正弦爲三率一少五率

二三分之一多七率二三四五分之一少九率自

二至七分之一多十一率自二至九分之一少十

三率自二至十一分之一

此截六位以見例下倣此

餘弦改得

二率一少四率二三分之一多六率二三四五分

又三分之十五少八率自二至七分又三分之二

十一多十率自二至九分又三分又五分之一百

三十五少十二率自二至十一分又三分又五分

之一百六十五也

推演餘弧求切線總圖

六七三	三乘九 二三四五六七八九三五	三乘七 二三四五六七八九十三五
六七	三四五六七八九	三四五六七八九十
	三乘五乘 一四五六七	三乘五乘 一四五六七
乘	三除 八九乘三乘五乘	三除 七乘三乘五乘
三	三四五 三四五三	三四五六七 三四五三
除乘	三除 六七八九乘五乘	三除 六七八九乘五乘
六七三	三四五六七三	三四五六七三
	三四五六七除 四五六七八九乘五乘	三四五六七除 六七八九十乘五乘
屬五商黃	三四五六七八九三五	三四五六七八九三五
商乘法式	三四五六七八九三五	三四五六七八九三五
商同母式	三四五六七八九三五	三四五六七八九三五
	三四五六七八九三五	三四五六七八九三五

下り
三
除
六
三
屬
商
同
商
乘
法
式
商
同
母
式
圖
雅
堂
叢
書

云屬六商黃
之屬六商乘法式

六七八九十	一層初商實	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
六七八九十	二層初商乘法式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	三層初商同母式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	四層次商實	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	五層次商乘法式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	六層次商同母式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	七層三商實	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	八層三商乘法式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	九層三商同母式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	十層四商實	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	十一層四商乘法式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七
	十二層四商同母式	三乘	三乘三	三乘五	三乘七

如圖置弧背求餘弦率分以二率半徑乘之所得

如首層三率乘一率一率係二率乘二

故一率以除法首位係三率少三率乘

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

乘一率	乘二率	乘三率	乘四率	乘五率	乘六率	乘七率	乘八率	乘九率	乘十率
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

三率二三分之三多三率乘五率二
 三四五分又三分之十五少三率乘
 七率自二至七分又三分之二十一
 多三率乘九率自二至九分又三分
 又五分之一百三十五少三率乘十
 一率自二至十一分又三分又五分
 之一百六十五爲乘得數便爲初商
 實以弧背求正弦率分爲法除之置
 初商實首位三率乘一率一以除法
 首位三率一約之得一率一卽爲初
 商以乘法所得如次層三率乘一

率一少三率乘三率二三分之一多

三率乘五率二三四五分之一少三率乘七率自

三至七分之一多三率乘九率自二至九分之一

少三率乘十一率自二至十一分之一爲初商乘

法式應減初商實其首位三率乘一率一減盡其

三率乘三率分母相同其三率乘五率與三率乘

七率則原實分母多三分應加三乘其三率乘九

率與三率乘十一率則原實分母多三分又五分

應加三乘又五乘通計乘得如第三層三率乘五

率二三四五分又三分之一少三率乘七率自二

至七分又三分之一多三率乘九率自二至九分

又三分又五分之十五少三率乘十一率自二至
十一分又三分又五分之十五爲初商同母式內
加少三率乘三率二三分之一以減初商實其減
餘如第四層少三率乘三率二三分之二多三率
乘五率二三四五分又三分之十二少三率乘七
率自二至七分又三分之十八多三率乘九率自
二自九分又三分又五分之一百二十少三率乘
十一率自二至十一分又三分又五分之一百五
十爲次商實

置次商實首位少三率乘三率二三分之二以除
法首位三率一約之得少三率二三分之二卽爲

乘十率	乘九率	乘七率	乘五率
三	二	三	三
四	三	四	四
五	四	五	五
六	五	六	六
七	六	七	七
八	七	八	八
九	八	九	九
十	九	十	十
十一	十	十一	十一
十二	十一	十二	十二
十三	十二	十三	十三
十四	十三	十四	十四
十五	十四	十五	十五
除乘五乘	除乘五乘	除乘五乘	除乘五乘
三	二	三	三
四	三	四	四
五	四	五	五
六	五	六	六
七	六	七	七
八	七	八	八
九	八	九	九
十	九	十	十
十一	十	十一	十一
十二	十一	十二	十二
十三	十二	十三	十三
十四	十三	十四	十四
十五	十四	十五	十五

乘九率	乘七率	乘五率
三	三	三
四	四	四
五	五	五
六	六	六
七	七	七
八	八	八
九	九	九
除乘五乘	除乘五乘	除乘五乘
二	二	二
三	三	三
四	四	四
五	五	五
六	六	六
七	七	七
八	八	八
九	九	九
十	十	十
十一	十一	十一
十二	十二	十二
十三	十三	十三
十四	十四	十四
十五	十五	十五

乘七率	乘五率
三	三
四	四
五	五
六	六
七	七
除乘五乘	除乘五乘
二	二
三	三
四	四
五	五
六	六
七	七
八	八
九	九
十	十
十一	十一
十二	十二
十三	十三
十四	十四
十五	十五

乘五率	乘三率
三	三
四	四
五	五
六	六
七	七
除乘五乘	除乘五乘
二	二
三	三
四	四
五	五
六	六
七	七
八	八
九	九
十	十
十一	十一
十二	十二
十三	十三
十四	十四
十五	十五

次商以乘除法所得如第五層少
 三率乘三率二三分之二多三率
 乘五率二三分又二三分之二少
 三率乘七率二三四五分又二三
 分之二多三率乘九率自二至七
 分又二三分之二少三率乘十一
 率自二至九分又二三分之二為
 次商乘法式應減次商實其首位
 三率乘三率二三分之二減盡其
 三率乘五率則次商實分母係二
 三四五分又三分乘法分母係二

三率三

四層

五層

六層
七層

三分又二三分應以二三除之四

五乘之又三乘之以同其母其三

率乘七率原實分母係自二至七分又三分乘法

式分母係二三四五分又二三分應以二三除之

六七乘之又三乘之其三率乘九率原實分母係

自二至九分又三分又五分乘法式係自二至七

分又二三分應以二三除之八九乘之又三乘之

五乘之其三率乘十一率原實分母係自二至十

一分又三分又五分乘法式係自二至九分又二

三分應以二三除之十與十一乘之又三乘之五

乘之通計乘除得如第六層三率乘五率二三四

五分又三分之二十少三率乘七率自二至七分
又三分之四十二多三率乘九率自二至九分又
三分又五分之三百六十少三率乘十一率自二
至十一分又三分又五分之五百五十以減次商
實其減餘如第七層少三率乘五率二三四五分
又三分之八多三率乘七率自二至七分又三分
之二十四少三率乘九率自二至九分又三分又
五分之二百四十多三率乘十一率自二自十一
分又三分又五分之四百爲三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三
分之八以除法首位三率一約之得少五率二三

乘五率 三率 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	乘七率 三率 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	乘九率 三率 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	乘十率 三率 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二
上層 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二
八層 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二
九層 二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二	二三四五 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二

四五分又三分之八即爲三商
 以乘法所得如第八層少三
 率乘五率二三四五分又三分
 之八多三率乘七率二三分又
 二三四五分又三分之八少三
 率乘九率二三四五分又二三
 四五分又三分之八多三率乘
 十一率自二至七分又二三四
 五分又三分之八爲三商乘法
 式應減三商實其首位三率乘
 五率二三四五分又三分之八

減盡其三率乘七率原實分母係自二至七分又
三分乘法式係二三分又二三四五分又三分應
以二三四五除之四五六七乘之以同其母其三
率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五
分乘法式係二三四五分又二三四五分又三分
應以二三四五除之六七八九乘之又五乘之其
三率乘十一率原實分母係自二至十一分又三
分又五分乘法式係自二至七分又二三四五分
又三分應以二三四五除之八九十一乘之又
五乘之通計乘除得如第九層三率乘七率自二
至七分又三分之五十六少三率乘九率自二至

九分又三分又五分之一千〇〇八多三率乘十
一率自二至十一分又三分又五分之二千六百
四十爲三商同母式以減三商實其減餘如第十
層少三率乘七率自二至七分又三分之三十二
少三率乘九率自二至九分又三分又五分之七
百六十八少三率乘十一率自二至十一分又三
分又五分之二千二百四十爲四商實

置四商實首位少三率乘七率自二至七分又三
分之三十二以除法首位三率一約之得七率自
二至七分又三分之三十二卽爲四商以乘法
所得如第十一層少三率乘七率自二至七分又

乘七率 二三四五六七	乘九率 二三四五六七八九	乘十一率 二三四五六七八九十
十層	十層	十層
乘七率 二三四五六七	乘九率 二三四五六七	乘十一率 二三四五六七
十層	十層	十層
乘七率 二三四五六七	乘九率 二三四五六七除乘	乘十一率 二三四五六七除乘
十層	十層	十層

分又三分應以自二至七除之自四至九乘之又

三分之三十二多三率乘九率
 二三分又自二至七分又三分
 之三十二少三率乘十一率二
 三四五分又自二至七分又三
 分之三十二為四商乘法式應
 減四商實其首位三率乘七率
 自二至七分又三分之三十二
 減盡其三率乘九率原實分母
 係自二至九分又三分又五分
 乘法式係二三分又自二至七

五乘之以同其母而三率乘十一率原實分母係
自二至十一分又三分又五分乘法式係二三四
五分又自二至七分又三分應以自二至七除之
自六至十一乘之又五乘之通計乘除得如第十
二層三率乘九率自二至九分又三分又五分之
一千九百二十少三率乘十一率自二至十一分
又三分又五分之五萬〇五百六十以減四商實
其減餘如第十三層少三率乘九率自二至九分
又三分又五分之一千一百五十二多三率乘十
一率自二至十一分又三分又五分之八千三百
二十爲五商實

置五商實首位少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一一千一百五十二以除法首位三率

乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘

乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘
乘九率 一率 二率 三率 四率 五率	六	七	八	九	十	十一	十二	除乘

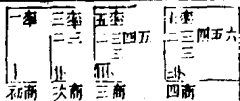
一約之得少九率自二至九分又三分又五分之一一千一百五十二即爲五商以乘除法所得如第十四層少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一一千一百五十二多三率乘十一率二三分又自二至九分又三分又五分之一一千一百五十二爲五商乘法式應減五商實其首位少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一一千

一百五十二減盡其三率乘十一率原實分
自二至十一分又三分又五分乘法式係二三分
又自二至九分又三分又五分應以自二至九除
之自四至十一乘之以同其母計乘除得如第十
五層三率乘十一率自二至十一分又三分又五
分之二萬一千一百二十以減五商實所得如第
十六層少三率乘十一率自二至十一分又三分
又五分之一萬二千八百爲六商實

置六商實以除法首位三率一約之得少十一率
自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百
卽爲六商以乘法所得如第十七層少三率乘

九率	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十			
七	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十		
五商	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	

十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百以減六商實却盡通計求得餘弧求切綫各率分數爲一率一少三率二三分之二少五率二三四五分又三分之八少七率自二至七分又三分之三十二少九率自二至九分又三分又五分之一千一百五十二少十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千八百也細審餘弧求切綫各率分數其分母較正弦率分惟多間位奇數是其逐率除法與求正弦同而自五率以後間位加一奇數除矣于



是審其各率分子遞減之由來乃由前圖去繁就簡爲第二圖其初商實三率分子爲三同母式爲一相減得二卽第一數根初商實五率分子爲三乘五同母式爲三乘一相減爲三乘四是以第一數根三乘之又四乘二除卽第二數根也其七率分子爲三乘七與三乘一相減爲三乘六是以第二數根六乘四除卽第三數根也其九率分子爲十五乘九與十五乘一相減爲十五乘八是以第三數根五乘之又八乘六除卽第四數根也十一率分子爲十五乘十一與十五乘一相減爲十五乘十是以第四數

初同根
初商數

次商同

初減數

三商同

次減數

四商同

三減數

五商同

四減數

七乘之卽七率初減也
其九率初減二三除八
九乘又三乘又五乘以

較七率初減其除法并又三乘並同惟多八九乘
又五乘又六七乘是以七率初減六七除之八九
乘之又五乘之卽九率初減也其十一率初減二
三除十與十一乘又三乘五乘以較九率初減其
除法及三乘五乘並同惟多十與十一乘少八九
乘是以九率初減八九除之十與十一乘之卽十
一率初減也而第一減餘卽爲五率分子其次減
數皆根于五率分子之八七率次減二三四五除

四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六七
 乘也其九率次減二三四五除六七八九乘又五
 乘以較七率次減其除法同惟多八九乘又三乘
 少四五乘是以七率次減四五除之八九乘之又
 五乘之即九率次減也十一率次減二三四五除
 八九十一乘又五乘以較九率次減其除法及
 五乘並同惟多十與十一乘少六七乘是以九率
 次減六七除之十與十一乘之即十一率次減也
 而第一減餘即七率分子其三減數皆根干七率
 分子之三十二九率三減自二至七除自四至九
 乘又五乘而四五六七乘除可相抵是二三除八

九乘又五乘也十一率三減自二至七除自六至十一乘又五乘以較九率三減其除法及五乘並同惟多十與十一乘少四五乘是以九率三減四五除之十與十一乘之卽十一率三減也而第一減餘卽九率分子其四減數皆根于九率分子之一千一百五十二十一率四減自二至九除自四至十一乘而自四至九乘除可相抵是二三除十與十一乘也而減餘一萬二千八百爲十一率分子復由前圖爲第三圖第一層初商減餘數卽數根起于二加二除四乘又三乘爲第二數根再加四除六乘爲第三數根再加六除八乘又五乘爲

八十	除乘	九	除乘	七	除乘	五	除乘	三	除乘	一	除乘
巨	九	十	七	六	五	四	三	二	一		

六	除乘	九	除乘	三	除乘	九	除乘	五	除乘	一	除乘
八	五	六	五	四	三	二	一				

四	除乘	七	除乘	六	除乘	三	除乘	七	除乘	三	除乘
四	六	五	四	三	二	一					

除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘	除乘
二	四	三	二	四	三	二	四	三	二	四	三

餘二為三率分子即第一乘法第二層初減數以
 三率分子為實二三除四五乘又三乘為第一初
 減再加四五除六七乘為第二初減再加六七除
 八九乘又五乘為第三初減再加八九除十與十
 一乘為第四初減通計其除法則自二三而遞加

第四數根再加八
 除十乘為第五數
 根通計其乘除為
 相連兩耦數一除
 一乘又間位加一
 奇數乘其首位減

其乘法則自四五而遞加而亦間位加一奇數乘
第三層爲減餘首位五率分子八卽第二乘法第
四層次減數以五率分子爲實二三除六七乘爲
第一次減再加四五除八九乘又五乘爲第二次
減再加六七除十與十一乘爲第三次減通計其
除法亦自二三而遞加其乘法則自六七而遞加
而亦間位加一奇數乘第五層爲減餘首位七率
分子三十二卽第三乘法第六層三減數以七率
分子爲實二三除八九乘又五乘爲第一三減再
加四五除十與十一乘爲第二三減通計其除法
亦自二三而遞加其乘法則自八九而遞加而間

位亦加一奇數乘第七層爲減餘首位九率分子
一千一百五十二卽第四乘法第八層爲四減數
以九率分子爲實二三除十與十一乘爲第一四
減計其除法亦起二三而乘法則起十與十一雖
圖止十一率而遞加之例已可類推也而第九層
減餘十一率分子一萬二千八百卽第五乘法細
按數根及初減次減三減四減其迭次乘除與間
位乘法之例橫豎視之皆秩然而不紊則自十一
率以前已然而自十一率以後必皆然惟逐率自
爲分子與本弧求切線同故亦先求用數此餘弧
求切線立術之由也

弧背求切線算式

凡連比例術之所慮者位不降也位不降則雖有其術而不適於用弧背求弦矢術分母逐率加大而分子均爲單一故其降位甚易若弧背求切線則分母逐率加大而分子亦逐率加大故其降位較難苟專恃一術必不能徧求各切線惟本弧求切線餘弧求切線兩術並用而後一象限內之切綫可以徧求然兩術之中又有降位難易之不同餘弧求切線有間位奇數分母故分母大於本弧求切線而分子轉小於本弧求切線是以餘弧求切線其降位較易於本弧求切線茲將九十度內分爲兩限其自十秒至三

十度則用本弧求切線法求之自三十度至八十九
度五十九分五十秒則用餘弧求切線法求之庶極
多不過十數而降位無難矣

弧線表

設全徑二百億 半徑一百億

一秒

四八八三六八一〇九五三五九三六

二秒

九六六三七三六二二九〇七一九七二

三秒

一四五四四一〇四三三八六〇七九八

四秒

一九三九五四七二四四三八一四三九七

五秒

二四二四〇六八四〇五五四七六七九九七

六秒

二九〇八八二〇八六六五七二一五九六

七秒

三三九三六九五七六七六七五二九六

八秒

三八七八五九四四八八七六二八七九五

九秒

四六六三三三三二九九八五八二三九四

一十秒

四八四八三六六一〇九五三九九四

二十秒

九六九六七三六三二九〇七一九八七

三十秒

一四五四四四二〇四三三三八六〇八〇

四十秒

一九三九二五四七二四四三八一四四〇

五十秒

二四三四〇六四〇五五四七六八〇〇

一分

二九〇八八八二〇八六五七二二六〇

二分

五八一七七六四二七三三一四四三二九

三分

八七三六六四六二五九九七二六四七九

四分

一二六三五五二八三四六二八八六

五分

一四五四四四一〇四三三三六〇八

六分

一七四五三三九二五二九九四三三〇

七分

二〇三六二一七四六六六〇五

八分

三三二七一〇五六九三三五七七三

九分

二六一七九九三七九九一四九四

一十分

二五〇八八八二〇八六六五七三六

二十分

五二七七六四二七三三四四三三

三十分

八七三六六四三五六九七二六四八

四十分

一一六三五五三三八四六六二八九

五十分

一四四四四一〇四三三二八六一

一度

一七四五三二九二五二九九四三三

二度

三四九〇六五八五〇三九八八六六

三度

五三三五九八七七五五九八二九九

四度

六九八三三七。〇七九七七三三

五度

八七三六六四六二五九九七一五

六度

一〇四七一九七五五二一九六六

七度

一三三二七三。〇四六三九六。〇

八度

一三九六二六三四。〇一五九五

九度

一五七。〇七九六三三六七九四九

一十度

一七四三三九二五二九九四三

二十度

三四九。〇六八五。〇三九八八六

三十度

五三三五九八七七五九八三九

四十度

六九八二三七。〇七九七七三

五十度

八七三六六四六二五九九七一六

六十度

一〇四七一九七五二一九

七十度

一三三七三〇四七三六

八十度

一五六六六四〇五五

象限

一七〇七九六三三六九六六一九三三三三

半周

三四二五九三六五五九九三三八四六六四三

全周

六八三三〇五〇七二九五六四六九三三六

凡弧背求切割二線其用小餘與弧背求弦矢不同蓋弦矢二線必小於弧背故小餘位數不必多若切割二線必大於弧背故小餘位數宜多且非特此也如遇餘弧求切割二線則弧分愈小而所求之線必愈大非多用小餘位數則無以求極大

之線矣然小餘位數亦自有定如半徑一百億係十一位自乘得二十一一位一秒之弧背係五位于半徑內減五位得十六位加小餘二位得十八位可知一秒之切線割線連小餘均係十八位一秒之弧背既止五位自當用小餘十四位自此弧背大一位則減小餘二位挨次遞減自然敷用不至尾數不準又半徑用一百億者據八線對數表也若八線表則半徑僅八位一秒之切割二線連小餘止十五位一秒之弧背止二位應用小餘亦十三四位入算時截位用之可也

本弧求切線各率乘法表

四率	第一乘法	二
六率	第二乘法	一六
八率	第三乘法	二七二
十率	第四乘法	九三六
十二率	第五乘法	三三九九
十四率	第六乘法	三三六八二
十六率	第七乘法	一九〇三八〇〇〇
十八率	第八乘法	二〇九〇〇〇〇〇〇〇
二十率	第九乘法	二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弧求切線各率乘法表

三率	第一乘法	二
五率	第二乘法	八
七率	第三乘法	三
九率	第四乘法	二五
十一率	第五乘法	一三八〇
十三率	第六乘法	一四五六
十五率	第七乘法	三〇二五〇
十七率	第八乘法	七四六九九〇〇〇
十九率	第九乘法	二五八〇〇〇〇〇〇〇

凡求遞次乘法本無窮盡而求至第九而止者緣本弧求切線止求至三十度以內餘弧求切線止求至三十度以外則有第九乘法而已敷用不必多求也然此但指半徑八位而言若八線對數表半徑用十一位則乘法亦須增求又本弧求切線第七乘法係一九〇三七五七三一二第八乘法係二〇九八六五三四二九七六第九乘法係二九〇八八八八五一二八三二餘弧求切線第八乘法係七四六六八七六九二八第九乘法係二五八七五五六七五六一六以入算時不過截用數位其尾數無所用之故不列入存數但以〇

存其位數以資入算時定位之用而已

凡設度自十秒至三十度則用本弧求切線法求之而降位最難取數最多者莫如求三十度之切線今將設弧背三十度以本弧求切線算式列於後

法檢弧線表得三十度弧分五二三五九八七七六

凡小餘爲第一數 次以半徑一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇爲一率弧分爲二率二率自乘一率除之得三

率二七四一五五六七八置第一數以三率乘之一

率除之得四率二除之三除之得二三九二四五九

六二爲六率用數以第一乘法二乘之得四七八四

九一九二爲第二數 次置六率用數以三率乘之

一率除之得六率四除之五除之得三二七九五三

一九爲八率用數以第二乘法一六乘之得五二四

七二五一爲第三數 次置八率用數以三率乘之

一率除之得八率六除之七除之得二一四〇七二

爲十率用數以第三乘法二七二乘之得五八二

二七六爲第四數 次置十率用數以三率乘之一

率除之得十率八除之九除之得八一五一二六

凡小餘雜單位尙有空位則以〇存其位數爲十二率用數以第四乘法

七九三六乘之得六四六八八爲第五數 次置十

二率用數以三率乘之一率除之得十二率十除之

十一除之得

○○○○三二五

爲十四率用數以

第五乘法三五三七九二乘之得七一

八七

爲第六

數

次置十四率用數以三率乘之一率除之得十

四率十二除之十三除之得

○○○○三五六

爲十六率用數第六乘法二二三六八二五六乘

之得七

九九

爲第七數

次置十六率用數以三率

乘之一率除之得十六率十四除之十五除之得

○○○○四六六

爲十八率用數第七乘

法一九

三八

○○○○

乘之得

八九

爲第八數

次置十八率用數以三率乘之一率除之得十八

率十六除之十七除之得

○○○○

○四七 爲二十率用數以第八乘法二〇九九〇

○〇〇〇〇〇〇〇〇乘之得一。爲第九數 次置二

十率用數以三率乘之一率除之得二十率十八除
之十九除之得

○三八 以第九乘法二九一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

○乘之得一 爲第十數 以諸數相併得五七

七三五〇二 六九 小餘滿五進一算得五七七三五

○三爲所求三十度切綽

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 五二三五九八七七六
三率 二七四一五五六七八

六率用數 二二九二四五六六一

八率 三二七九五三二二九
十率 二一四〇七二〇

十四 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十五 〇八一五一二六

三六六

夕七
 ○○○○三五七
 ○○○○四六六
 ○○○○四七
 ○○○○三八

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十
并諸數	五	四	三	二	一	五	四	三	二

凡設度自三十度至八十九度五十九分五十
 秒則用餘弧求切線法求之而降位最難取數
 最多者亦莫如求三十度之切線今將設弧背
 三十度以餘弧求切線算式列於後

法以半徑一○○○○○○○○○○為二率以三十

度減象限得六十度爲餘弧檢弧線表得餘弧弧分

一〇四七一九七五五一爲三率二率自乘三率除

之得一率九五四九二九六五九爲第一數正次

置三率弧分二除之三除之得一七四五三二九二

五爲五率用數第一乘法二乘之得三四九〇六五

八五爲第二數負次置三率自乘二率除之得

一〇九六六二二七一一爲四率於是三除五率用

數四率乘之二率除之得五率四除之五除之得三

一八九九四六一六爲七率用數第二乘法八乘之

得二五五一九五六九爲第三數負次置七率用

數四率乘之二率除之得七率六除之七除之得八

三二八九七。

一

爲九率用數第三乘法三二乘之

得二六六五二七。

爲第四數負

五除九率用數

四率乘之二率除之得九率八除之九除之得二五

三七一四九

爲十一率用數第四乘法一一五二乘

之得二九二二八。

爲第五數負

次置十一率用

數以四率乘之二率除之得十一率十除之十一除

之得。

二五二九三六

爲十三率用數第五乘法一

二八〇〇乘之得三二二三七六

爲第六數負

七除

十三率用數四率乘之二率除之得十三率十二除

之十三除之得。

二五四。

爲十五率用

數第六乘法一四一五一六八乘之得三五九五

爲

第七數負 次置十五率用數四率乘之二率除之

得十五率十四除之十五除之得○○○○○

三二六 爲十七率用數第七乘法三〇一〇五六〇

○乘之得三九九 爲第八數負 九除十七率用數

四率乘之二率除之得十七率十六除之十七除之

得○○○○○○○○○○ 爲十九率用數

第八乘法七四六六九○○○○乘之得四四爲

第九數負 次置十九率用數四率乘之二率除之

得十九率十八除之十九除之得○○○○○○○○

○○○○○ 第九乘法二五八八○○○○○

○○○乘之得五 爲第十數負 以第二數以下

討論自數

三七七五七九三八八

減正數

五七七三五〇二七一

上

五

本弧所求小餘六九餘弧所求小餘七一此尾數奇零累積之微差又連比例遞加數凡逐數皆正者得數必稍不足第一數正而以下皆負者得數必稍盈其正負相間者末數遇正數數必稍盈如遇負數數必稍不足此通例也

凡本弧求切線自三十度以下降位漸易至求十秒之切線乃無第二數餘弧求切線自三十度以上亦降位漸易至求八十九度五十九分五十秒之切線乃無第三數

外切密率卷之一

譚瑩玉生覆校